

پیدا کردن دامنه‌ی انواع توابع قسمت (۱)

تعریف دامنه: یافتن بزرگترین زیر مجموعه‌ی R که برای هر x از آن مجموعه، $f(x)$ عددی حقیقی باشد، یعنی:

$$D_f = \{x \in R \mid f(x) \in R\}$$

پیدا کردن دامنه‌ی توابع مختلف

۱- چند جمله‌ایها

اگر f چند جمله‌ای باشد، در این صورت دامنه‌ی آن R خواهد بود یعنی اگر

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in R)$$

آنگاه برای هر $x \in R$ مقدار $f(x)$ نیز عددی حقیقی است و لذا $D_f = R$.

مثال: دامنه‌ی توابع زیر همگی R هستند.

$$f(x) = 1$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} x^{10} - x^9 + x$$

۲- توابع کسری

برای یافتن دامنه‌ی توابع کسری مراحل زیر را انجام می‌دهیم

- دامنه‌ی صورت و مخرج را جداگانه محاسبه می‌کنیم
- اشتراک دامنه‌ی صورت و مخرج را به‌دست می‌آوریم
- اعدادی که مخرج را صفر می‌کنند (ریشه‌های مخرج) آن‌ها را از اشتراک به‌دست آمده از مرحله‌ی قبل حذف می‌کنیم.

مثال:

$$h(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$$

دامنه‌ی صورت و مخرج هر دو R است. بنابر این اشتراک دامنه‌های صورت و مخرج نیز R خواهد بود. حال چون $x=2$ و $x=3$ دو ریشه‌ی مخرج هستند، لذا خواهیم داشت:

$$D_h = R - \{2, 3\}$$

توجه: در توابع کسری که صورت و مخرج کسر هم تابع کسری باشد نمی‌توان با روش **دور به دور- نزدیک به نزدیک** کردن، تابع را ساده و سپس دامنه را محاسبه کرد، باید دامنه‌ی صورت و دامنه‌ی مخرج را جداگانه حساب کرده سپس اشتراک بگیریم.

۳ - توابع رادیکالی با ریشه‌ی زوج:

برای یافتن دامنه‌ی توابع رادیکالی با ریشه‌ی زوج، مراحل کلی زیر را انجام می‌دهیم:

- دامنه‌ی تابع زیر رادیکال را محاسبه می‌کنیم.

- تابع زیر رادیکال را تعیین علامت می‌کنیم، یعنی مجموعه‌ی همه‌ی اعدادی را به دست می‌آوریم که برای هر عدد از آن مجموعه، عبارت زیر رادیکال، نامنفی (بزرگتر یا مساوی صفر) شود.

- اشتراک دو مجموعه‌ی به دست آمده از مراحل بالا را محاسبه می‌کنیم، تا دامنه‌ی تابع اصلی به دست آید.

نکته: اگر عبارت رادیکالی در مخرج کسر باشد ریشه‌های مخرج را باید از دامنه‌ی به دست آمده کم کنیم یعنی مجموعه‌ی همه اعدادی را به دست می‌آوریم که برای هر عدد از آن مجموعه، عبارت زیر رادیکال، مثبت (بزرگتر از صفر) شود.

مثال:

$$g(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$1-x^2 \geq 0 \Rightarrow 1 \geq x^2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_g = [-1, 1]$$

۳- توابع رادیکالی با ریشه‌ی فرد:

برای یافتن دامنه‌ی توابع رادیکالی با ریشه‌ی فرد، فقط کافی است دامنه‌ی تابع زیر رادیکال را به دست آوریم تا دامنه‌ی تابع اصلی به دست آید.

مثال:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}$$

دامنه‌ی این تابع با تابع $\frac{x+1}{x-1}$ برابر است یعنی $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

۵ - تابع قدر مطلق:

دامنه‌ی تابع $f(x) = |x|$ به وضوح $\mathbb{R}$ است. در حالت کلی، دامنه‌ی $|g(x)|$ (قدر مطلق $g(x)$) برابر است با دامنه‌ی تابع $g(x)$.

مثال: دامنه‌ی تابع $h(x) = |\frac{x+1}{x-1}|$ (قدر مطلق $\frac{x+1}{x-1}$) با دامنه‌ی تابع $\frac{x+1}{x-1}$ ، یعنی $\mathbb{R} - \{1\}$ ، برابر است.

دامنه‌ی توابع لگاریتمی، نمایی، جزء صحیح و مثلثاتی را در قسمت دوم برایتان توضیح خواهیم داد.